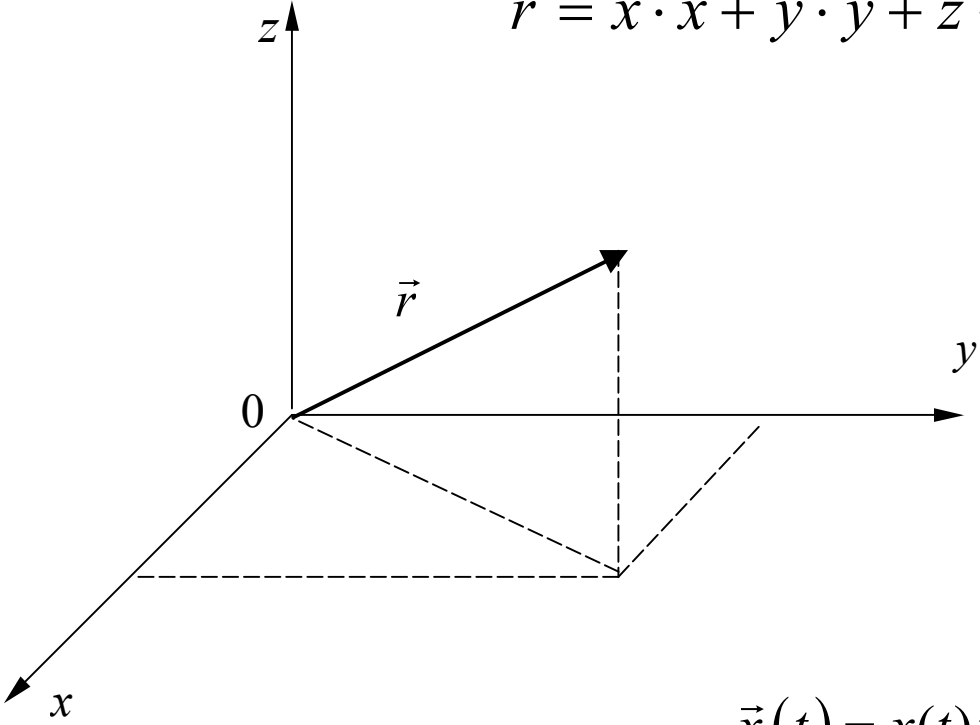


OPIS RUCHU

Wektor położenia, promień wodzący

$$\vec{r} = x \cdot \hat{x} + y \cdot \hat{y} + z \cdot \hat{z}$$

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$
$$\vec{x}(t) = x(t)\hat{x}$$
$$\vec{y}(t) = y(t)\hat{y}$$
$$\vec{z}(t) = z(t)\hat{z}$$

Równanie ruchu

$$\vec{r}(t) = x(t) \cdot \hat{x} + y(t) \cdot \hat{y} + z(t) \cdot \hat{z}$$

Eliminując z tych równań czas otrzymujemy
równanie toru

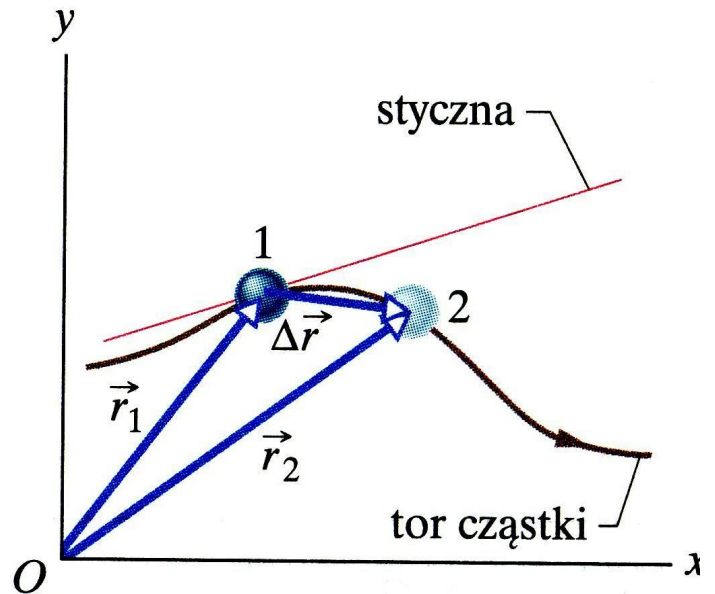
$$z = F(x, y)$$

PRĘDKOŚĆ

Prędkość średnia

$$\vec{v}_r = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

prędkość średnia punktu
w czasie $\Delta t = t_2 - t_1$



Prędkość

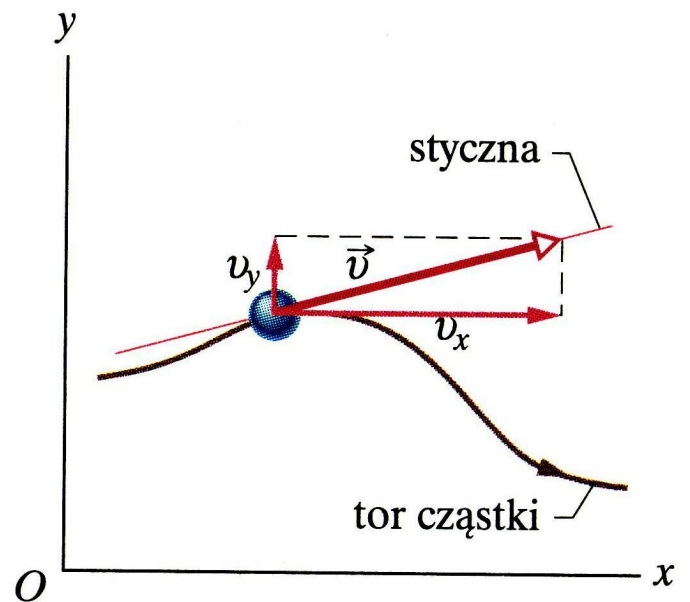
(prędkość chwilowa)

$$\Delta t \rightarrow 0$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

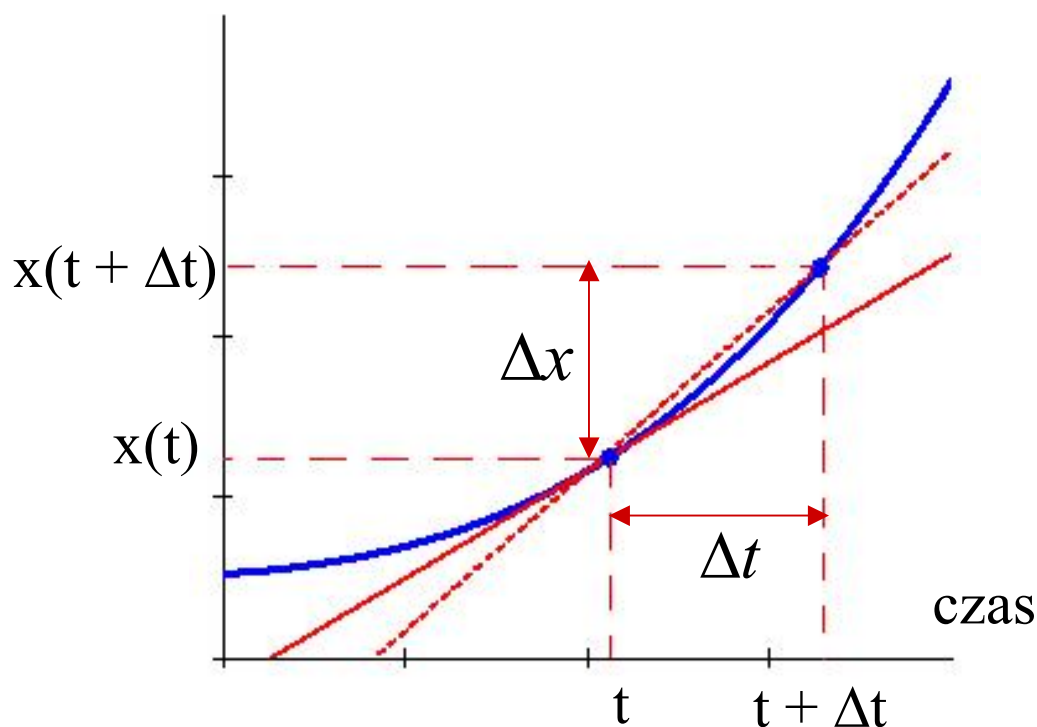
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \hat{x} + \frac{dy}{dt} \hat{y} + \frac{dz}{dt} \hat{z}$$



prędkość jest zawsze
styczna do toru

POCHODNA FUNKCJI



Pochodna w danym punkcie równa jest **tangensowi nachylenia stycznej do krzywej w tym punkcie**.

Pochodna podaje informację jak szybko funkcja się zmienia (inaczej: podaje **stopień nachylenia funkcji w danym punkcie**)

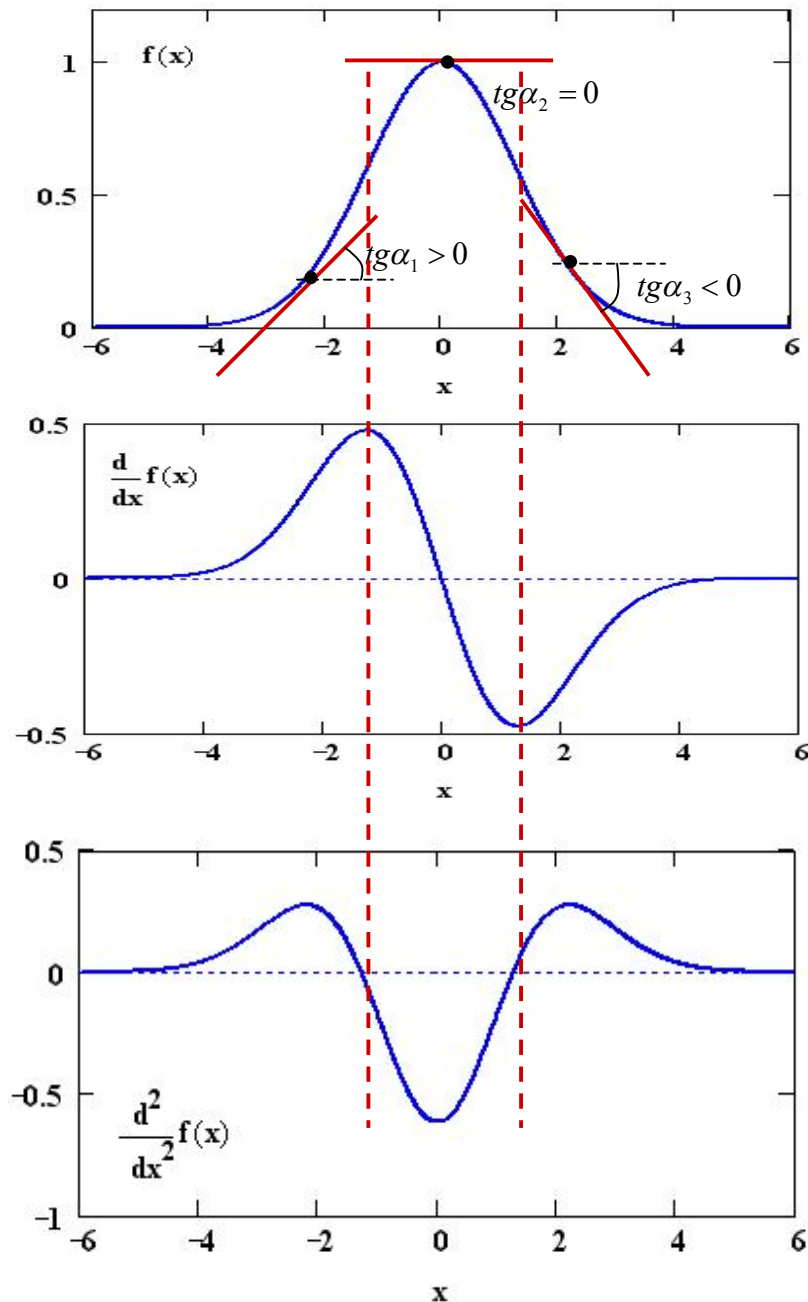
nachylenie
siecznej:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{sr}$$

nachylenie
stycznej:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \operatorname{tg} \alpha = v_{chwil}$$

POCHODNA FUNKCJI



Pochodna podaje „stromość” funkcji w punkcie.
Liczbowo równa jest tangensowi nachylenia stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie, $df/dx = \text{tg}\alpha$.

Funkcja rośnie: pochodna > 0

Funkcja maleje: pochodna < 0

Maksimum, minimum, punkt przegięcia: pochodna $= 0$.

PRZYSPIESZENIE

Przyspieszenie średnie

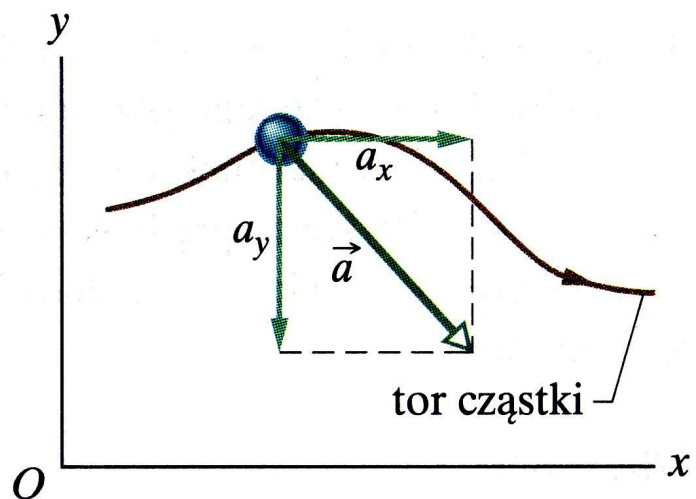
$$\vec{a}_{sr} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Przyspieszenie

$\Delta t \rightarrow 0$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$



$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \cdot \hat{x} + \frac{dv_y}{dt} \cdot \hat{y} + \frac{dv_z}{dt} \cdot \hat{z}$$

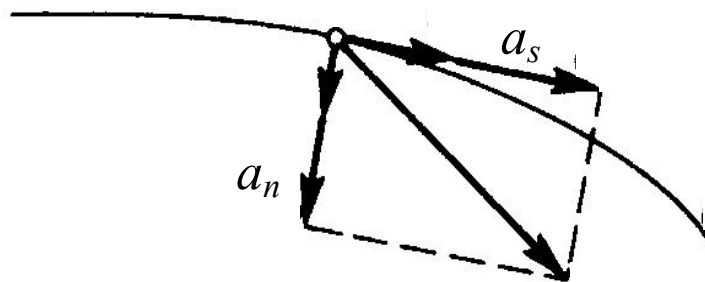
$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

$$\vec{a} = \frac{d^2 x}{dt^2} \cdot \hat{x} + \frac{d^2 y}{dt^2} \cdot \hat{y} + \frac{d^2 z}{dt^2} \cdot \hat{z}$$

SKŁADOWE PRZYSPIESZENIA

Przyspieszenie ma składowe a_x , a_y i a_z

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z$$



oraz a_s i a_n

$$\vec{a} = \vec{a}_s + \vec{a}_n$$

- przyspieszenie **styczne** do toru, opisujące zmiany wartości prędkości

$$a_s = \frac{dv}{dt} \quad v - \text{wartość prędkości}$$

- przyspieszenie **normalne**, prostopadłe do toru – opisujące zmiany kierunku prędkości

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

gdzie ρ - promień krzywizny toru.