

1 Algebra 11-12.10.2014

1.1 Wykład + ćwiczenia gr.1 i 2

zad. 1 Obliczyć:

a. i^2 b. i^3 c. i^4 d. i^5 e. i^{75} f. i^{200}

zad. 2 Wykonać działania, wyniki zapisać w postaci algebraicznej

a. $(3 + 4i) + (-2 + 5i)$	e. $(3 - i)(3 + i)$
b. $(-3 + i) - (2 - 4i)$	f. $(5 - i)(2 - i)$
c. $(1 + i)(2 - i)$	g. $(5 - i)^2$
d. $(2 - 3i)(4 + i)$	h. $(2 + 3i)^3$

zad. 3 Podać liczbę sprzężoną \bar{z} do liczby zespolonej z (Definicja 1.2)

a. $z = 2 + 5i$ b. $z = -4 + 6i$ c. $z = -3 - 7i$

zad. 4 Wykonać działania, wyniki zapisać w postaci algebraicznej

a. $\frac{2-4i}{3+2i}$	d. $\frac{(2-4i)(3+i)}{(3+2i)(1-i)}$	f. i^{-1}
b. $\frac{1+i}{-2-4i}$	e. $\frac{(1-i)(2+i)}{(3-i)(2+i)}$	g. i^{-2}
c. $\frac{2+3i}{4-i}$		h. i^{-3}

zad. 5 Obliczyć podane moduły liczb zespolonych (Definicja 1.3)

a. $|2 + 3i|$ b. $|1 - i|$ c. $|3 - 5i|$

zad. 6 Przedstawić podane liczby zespolone w postaci trygonometrycznej

a. $z = 3 + 3i$	c. $z = -5 + 5i$
b. $z = -2 - i\sqrt{12}$	d. $z = \sqrt{27} - 3i$

zad. 7 Wykonać działania na liczbach zespolonych, zapisując je najpierw w postaci trygonometrycznej $z_1 = 2 - 2i$, $z_2 = -\sqrt{3} - i$, $z_3 = -3 + 3i$:

- | | |
|--------------------------------------|-----------------------------------|
| a. $z_1 \cdot z_2$ (Twierdzenie 1.2) | d. $\frac{z_3}{z_1}$ |
| b. $z_1 \cdot z_3$ | e. $(z_1)^{13}$ (Twierdzenie 1.3) |
| c. $\frac{z_2}{z_3}$ | f. $(z_2)^{31}$ |

W przykładach a) - d) wyniki zapisać w postaci trygonometrycznej z argumentem głównym ($\varphi \in [0, 2\pi)$). W przykładach e) i f) wyniki podać w postaci algebraicznej.

zad. 7 Korzystając z definicji obliczyć:

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| a. $\sqrt{-15 + 8i}$ | c. $\sqrt{-11 + 60i}$ |
| b. $\sqrt{-3 + 4i}$ | d. $\sqrt{4 + i}$ |

2 Algebra 18-19.10.2014

2.1 Wykład

zad. 1 Rozwiązać równania w zbiorze liczb zespolonych:

a. $x^2 + 2x + 10 = 0$

b. $x^2 - 4x + 11 = 0$

zad. 2 Sprawdzić czy podane liczby są pierwiastkami wielomianów (Definicja 2.3)

a. $x = 1; W(x) = x^3 + 5x - 3$

b. $x = 2; W(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 8$

zad. 3 Znaleźć wszystkie pierwiastki całkowite wielomianów (przeszukując dzielniki wyrazu wolnego - Twierdzenie 2.2)

a. $W(x) = x^4 - 4x^2 + x - 2$ c. $W(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

b. $W(x) = x^3 + 2x - 3$

2.2 Ćwiczenia gr. 1

zad. 1 Obliczyć, wyniki przedstawić w postaci algebraicznej:

a. $\sqrt[3]{-i}$

c. $\sqrt[6]{6}$

e. $\sqrt[6]{(1-4i)^6}$

b. $\sqrt[4]{-4}$

d. $\sqrt[3]{(3+2i)^3}$

zad. 2 Podzielić wielomiany

a. $\frac{x^6+3x^3-2x+4}{x^2+3x+10}$

b. $\frac{x^5+2x^4-2x+1}{x^3+5x-1}$

c. $\frac{2x^5-4x^3}{x^2+7x-2}$

3 Algebra 25-26.10.2014

3.1 Wykład

zad. 6 Obliczyć (Definicja 3.5 i Definicja 3.6)

$$\begin{array}{l} \text{a. } \begin{bmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & 5 \\ 7 & -2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 2 & 5 & -9 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \\ \text{b. } \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 6 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 & -3 \\ 8 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \\ \text{c. } 3 \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & 5 & -5 \\ 2 & 2 & 10 \end{bmatrix} \\ \text{d. } 7 \begin{bmatrix} 3 & -1 & -6 \\ 2 & 1 & -9 \end{bmatrix} \end{array}$$

zad. 7 Pomnożyć macierze

$$\begin{array}{l} \text{a. } \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & -4 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix} \\ \text{b. } \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 1 & 5 & 5 \end{bmatrix} \\ \text{c. } \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 0 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 4 & -3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \\ \text{d. } \begin{bmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & 5 \\ 7 & -2 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 2 & 5 & -9 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

zad. 8 Obliczyć wyznaczniki (Twierdzenie 3.5):

$$\begin{array}{l} \text{a. } \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} \\ \text{b. } \begin{vmatrix} -2 & -4 \\ -3 & 7 \end{vmatrix} \\ \text{c. } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 4 & -2 \\ 4 & 2 & 6 \end{vmatrix} \\ \text{d. } \begin{vmatrix} 4 & 0 & 6 \\ -2 & -1 & 3 \\ 8 & 1 & 4 \end{vmatrix} \\ \text{e. } \begin{vmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 0 & 9 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{vmatrix} \end{array}$$

zad. 9 Obliczyć wyznaczniki (Twierdzenie 3.6):

$$\begin{array}{l} \text{a.} \\ \text{b.} \\ \text{c.} \end{array} \begin{array}{l} \left| \begin{array}{cc} 3 & 1 \\ 0 & 5 \end{array} \right| \\ \left| \begin{array}{cc} -1 & 0 \\ 1 & 5 \end{array} \right| \\ \left| \begin{array}{ccc} 2 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ 4 & 2 & 6 \end{array} \right| \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{d.} \\ \text{e.} \end{array} \begin{array}{l} \left| \begin{array}{ccc} 2 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{array} \right| \\ \left| \begin{array}{cccc} 3 & -2 & 7 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{array} \right| \end{array}$$

zad. 10 Rozwinąć wyznaczniki względem podanego wiersza lub kolumny (bez dalszego liczenia wyznaczników stopnia niższego) (Twierdzenie 3.7)

$$\begin{array}{l} \text{a.} \\ \text{b.} \end{array} \begin{array}{l} \left| \begin{array}{cccc} 3 & -2 & 7 & 4 \\ -2 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & -3 & 3 \\ 2 & 5 & -2 & -4 \end{array} \right| - 2\text{-gi wiersz} \\ \left| \begin{array}{ccccc} -3 & 4 & 2 & -9 & 3 \\ -2 & -4 & 10 & -1 & 6 \\ -2 & 3 & 4 & 3 & -2 \\ 5 & -2 & -6 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & -4 & -1 & 2 \end{array} \right| - 4\text{-ta kolumna} \end{array}$$

zad. 11 Korzystając z definicji wyznaczyć macierz odwrotną (Definicja 3.11)

$$\begin{array}{l} \text{a.} \\ \text{b.} \end{array} \begin{array}{l} A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \\ A = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} \end{array}$$

3.2 Ćwiczenia gr. 2

zad. 1 Obliczyć, wyniki przedstawić w postaci algebraicznej:

$$\begin{array}{lll} \text{a.} & \sqrt[3]{-i} & \text{c.} & \sqrt[6]{6} & \text{e.} & \sqrt[6]{(1-4i)^6} \\ \text{b.} & \sqrt[4]{-4} & \text{d.} & \sqrt[3]{(3+2i)^3} & & \end{array}$$

zad. 2 Podzielić wielomiany

a. $\frac{x^6+3x^3-2x+4}{x^2+3x+10}$

b. $\frac{x^5+2x^4-2x+1}{x^3+5x-1}$

c. $\frac{2x^5-4x^3}{x^2+7x-2}$